

feuille d'exos 3 énoncé - tableaux de signe , inéquations

exercice 1

Compléter (en justifiant) les tableaux de signe suivants puis les équivalences des déductions demandées :

x	$-\infty$	$+\infty$
$2x + 7$		
$-12x + 16$		
$(2x + 7)(-12x + 16)$		

justifications :

.....

.....

Compléter : $(2x + 7)(-12x + 16) > 0 \Leftrightarrow$

$(2x + 7)(-12x + 16) < 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$-9x - 11$		
$-7x - 9$		
$(-9x - 11)(-7x - 9)$		

justifications :

.....

.....

Compléter : $(-9x - 11)(-7x - 9) \leq 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$(5x - 8)^2$		
$5 - 3x$		
$(5x - 8)^2(5 - 3x)$		

justifications :

.....

.....

.....

Compléter : $(5x - 8)^2(5 - 3x) \leq 0 \Leftrightarrow$; $(5x - 8)^2(5 - 3x) > 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2		
$9x + 7$		
$-9x^2 - 7$		
$x^2(9x + 7)(-9x^2 - 7)$		

justifications :

.....

.....

.....

.....

Compléter : $x^2(9x + 7)(-9x^2 - 7) < 0 \Leftrightarrow$; $x^2(9x + 7)(-9x^2 - 7) \geq 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x + 5$		
$-15x + 35$		
$(3x + 5)(-15x + 35)$		

justifications :

Compléter : $(3x + 5)(-15x + 35) > 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$-5x^2$		
$-13 - 11x$		
$-5x^2(-13 - 11x)$		

justifications :

Compléter : $-5x^2(-13 - 11x) \leq 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$(7x + 3)^2$		
$4x + 5$		
$(7x + 3)^2(4x + 5)$		

justifications :

Compléter : $(7x + 3)^2(4x + 5) \leq 0 \Leftrightarrow$; $(7x + 3)^2(4x + 5) > 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	$+\infty$
$-5x$		
$4x + 12$		
$4x^2 + 15$		
$-6x^2 - 7$		
Produit		

justifications :

exercice 3

x désignant un réel quelconque , on note : $E(x) = (5x - 1)^2 - (3x + 4)^2$.

1) Donner la forme développée de $E(x)$ puis donner la forme factorisée de $E(x)$ 2) En choisissant la forme la mieux adaptée pour $E(x)$ résoudre chacune des inéquations suivantes :

$(I_1) \quad x \in \mathbb{R} , E(x) \geq 0$

$(I_2) \quad x \in \mathbb{R} , E(x) \geq 16x^2 + 2$

$(I_3) \quad x \in \mathbb{R} , E(x) \geq (5x - 1)^2$

exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes

$(I_1) : x \in \mathbb{R}, 81x^2 - 72x + 16 > 0$

$(I_3) : x \in \mathbb{R}, 5x^2 + 7 \leq 0$

$(I_2) : x \in \mathbb{R}, (-3x - 5)^2 \leq (4x - 3)^2$

$(I_4) : x \in \mathbb{R}, x(x^2 + 6x + 9) - 2x - 6 \leq x^2 - 9$

exercice 5

Des résolutions d'inéquations n'utilisant pas de tableau de signe

$(I_1) : x \in \mathbb{R}, \frac{2x+3}{5} - \frac{8x+1}{2} \geq \frac{3x}{10} - \frac{7x+2}{5}$

$(I_4) : x \in \mathbb{R}, \frac{3x-2}{3} - \frac{x-1}{8} \leq \frac{-5x+1}{6} + \frac{7x+2}{4}$

$(I_2) : x \in \mathbb{R}, (2x+1)^2 + (7x-2)(x-1) \leq (-3x-4)^2 + 2x(x+1)$

$(I_5) : x \in \mathbb{R}, \frac{2x-3}{9} - \frac{x-1}{4} \leq \frac{-7x+4}{6} + \frac{5x+4}{12}$

$(I_3) : x \in \mathbb{R}, \frac{5x+1}{7} - \frac{3x-1}{6} \geq \frac{2x+3}{14} - \frac{5x+2}{21}$

$(I_6) : x \in \mathbb{R}, 7x+2 - \frac{5x+1}{3} \leq \frac{8(2x+1)}{3}$

exercice 6

Des résolutions d'inéquations utilisant un tableau de signe

$(I_1) : x \in \mathbb{R}, 9x^3 < 2x^2$

$(I_8) : x \in \mathbb{R}, 6x^2 + 26x < (2x+5)^2 - (8+x)^2$

$(I_2) : x \in \mathbb{R}, 4(x+2)^2 - 9 \geq 0$

$(I_9) : x \in \mathbb{R}, 25x^2(2x+9) + 7x(8x+36) + 4x^2 + 36x + 81 \leq 0$

$(I_3) : x \in \mathbb{R}, -15x^4 - 6x^3 < 0$

$(I_{10}) : x \in \mathbb{R}, (9x^2 - 4)^2 + 45x^2 \leq 20$

$(I_4) : x \in \mathbb{R}, (8x-3)^2 \geq 4(-5x+6)^2$

$(I_{11}) : x \in \mathbb{R}, (4x+3)^2 + 2(-16x-12) \leq 9 - 16x^2$

$(I_5) : x \in \mathbb{R}, -(5x-4)^2 \geq -\frac{1}{4}(-2x-1)^2$

$(I_{12}) : x \in \mathbb{R}, 25x^2 + 40x + 16 - 11x(15x+12) + 7(35x^3 + 28x^2) > 0$

$(I_6) : x \in \mathbb{R}, 2(3x+2)^2 + 15x + 10 > 0$

$(I_{13}) : x \in \mathbb{R}, (3x+10)^2 + (5x+9)^2 \geq 16(2-x)^2 + (2x-7)^2$

$(I_7) : x \in \mathbb{R}, 9x^2 - 4 \geq (3x+2)(2x+5)$

$(I_{14}) : x \in \mathbb{R}, (2x^2 + 3x - 18)^2 \geq (7x^2 - 3x - 18)^2 - 4(x^2 + 2x)(25x^2 - 36)$

exercice 7

1) x étant un réel quelconque, vérifier l'égalité : $-2 \left[\left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{121}{16} \right] = -2x^2 - 3x + 14$ puis en déduire la forme factorisée de $-2x^2 - 3x + 14$

2) Dresser un tableau de signe pour chacune des expressions suivantes : $A(x) = (x-2)(-2x-7)$ et $B(x) = -2x(7x-2)^2$

3) Résoudre les inéquations suivantes (on pourra utiliser la question 2) : $(I_1) : x \in \mathbb{R}, -2x^2 - 3x + 14 \leq 0$ $(I_2) : x \in \mathbb{R}, -98x^3 + 56x^2 - 8x \geq 0$

exercice 8

Les énoncés proposés sont-ils vrais ou faux ?

l'énoncé	son contenu (la lettre x désigne un réel quelconque)	vrai ? ou faux ?
énoncé 1	Le nombre 1 est une solution de l'inéquation $x \in \mathbb{R}, (2x+6)(-2x+7) > 0$	
énoncé 2	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}, (3x+2)^2 \geq 3x(3x+4)$ est \mathbb{R}	
énoncé 3	L'inégalité : $-3x^4(25x^2+9) < 0$ est vraie pour tout réel x	
énoncé 4	L'expression $4x^2 + 5$ a une valeur d'annulation	
énoncé 5	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}, 25x^2 + 20x + 4 \leq 0$ est l'ensemble vide noté \emptyset	
énoncé 6	L'inégalité : $(9x^2 - 12x + 4)(7x^2 + 10) \geq 0$ est vraie pour tout réel x	
énoncé 7	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}, x^2(x-1)^2 \leq 0$ est $[0, 1]$	
énoncé 8	le produit $(2x-1)(3x-6)$ est positif si et seulement $2x-1$ et $3x-6$ sont positifs	