Calcul Algébrique - corrigés feuille 1

Développer

exercice 1 **1)** Donner la forme développée des produits suivants

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
$(a-b)(b-a) = ab - a^2 - b^2 + ba$ $(a-b)(b-a) = -a^2 + 2ab - b^2$	$(a+b)(a+b) = (a+b)^2$ $(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
$(-a-b)(-a+b) = (-a)^2 - b^2$ $(-a-b)(-a+b) = a^2 - b^2$	$(-a+b)^2 = (b-a)^2 = b^2 + a^2 - 2ab$	$(-a-b)^2 = (-a)^2 - 2(-a)(b) + b^2$ $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)(b+a) = (a-b)(a+b)$ $(a-b)(b+a) = a^2 - b^2$	$(a+b)(b+a) = (a+b)(a+b) = (a+b)^2$ $(a+b)(b+a) = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)(-a-b) = -a^2 - ab - ba - b^2$ $(a+b)(-a-b) = -a^2 - 2ab - b^2$
$-(a-b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2)$ $-(a-b)^2 = -a^2 + 2ab - b^2$	$-(a+b)^2 = -(a^2 + 2ab + b^2)$ $-(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$	$(b+a)(a-b) = (a+b)(a-b)$ $(b+a)(a-b) = a^2 - b^2$

2) produits du tableau précédent qui ont la même forme développée

$\rightarrow (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = (a+b)(b+a) = (-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$\rightarrow (a-b)^2 = (-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$\rightarrow -(a-b)^2 = (a-b)(b-a) = -a^2 + 2ab - b^2$
$\rightarrow -(a+b)^2 = (a+b)(-a-b) = -a^2 - 2ab - b^2$
$\rightarrow (a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = (-a-b)(-a+b) = (a-b)(b+a) = (b+a)(a-b) = a^2 - b^2$

3) 3-1 Compléter le tableau en s'inspirant de l'exemple traité

L'expression proposée est	L'expression est de la forme ? avec $a = ?$ et $b = ?$
exemple : $A(x) = (x^2+x+1)(x^2+x-1)$	exemple : $A(x)$ est de la forme $(a+b)(a-b)$ avec $a = (x^2+x)$ et $b = 1$
$B(x) = (-3x+7)^2$	$B(x)$ est de la forme $(-a+b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 7$
$C(x) = (-3x-7)^2$	$C(x)$ est de la forme $(-a-b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 7$
$D(x) = (-4x+7)(-4x-7)$	$D(x)$ est de la forme $(-a+b)(-a-b)$ avec $a = 4x$ et $b = 7$
$E(x) = (-5x-8)(5x+8)$	$E(x)$ est de la forme $(-a-b)(a+b)$ avec $a = 5x$ et $b = 8$
$F(x) = (-7x+3)(3-7x)$	$F(x)$ est de la forme avec $(-a+b)(b-a)$ avec $a = 7x$ et $b = 3$
$G(x) = (3+7x)(7x+3)$	$G(x)$ est de la forme avec $(a+b)(b+a)$ avec $a = 3$ et $b = 7x$
$H(x) = (5-3x)(3x-5)$	$H(x)$ est de la forme $(a-b)(b-a)$ avec $a = 5$ et $b = 3x$
$I(x) = (3x^2+4x)(-3x^2-4x)$	$I(x)$ est de la forme $(a+b)(-a-b)$ avec $a = 3x^2$ et $b = 4x$
$J(x) = (x^2+2x+7)(x^2-2x-7)$	$J(x)$ est de la forme $(a+b)(a-b)$ avec $a = x^2$ et $b = 2x+7$
$K(x) = (2x^2-7x+3)(2x^2+7x-3)$	$K(x)$ est de la forme $(a-b)(a+b)$ avec $a = 2x^2$ et $b = 7x-3$
$L(x) = (2x^2-3x+4)(-2x^2+3x+4)$	$L(x)$ est de la forme $(a+b)(a-b)$ avec $a = 4$ et $b = 2x^2-3x$

remarque pour les quatre produits A(x) , J(x) , K(x) , L(x) . Chacune de ces expressions se présentent sous la forme d'un produit de deux facteurs dont la forme est une somme de trois termes et qui ont la propriété suivante : chacun des termes du deuxième facteur correspond soit à un terme du premier facteur soit à l'opposé d'un terme de ce premier facteur . Une telle expression est donc de la forme $(a+b)(a-b)$ en décidant d'écrire a avec les termes communs aux deux facteurs et b avec les termes qui sont changés en leurs opposés en passant d'un facteur à l'autre .

3-2 Développement des expressions précédentes en mettant en évidence l'utilisation des produits remarquables .

$A(x) = (x^2+x+1)(x^2+x-1) = \left[(x^2+x)+1\right]\left[(x^2+x)-1\right] = (x^2+x)^2-(1)^2 = (x^2)^2+2(x^2)(x)+(x)^2-1$

$A(x) = \underline{x^4+2x^3+x^2-1}$

$B(x) = (-3x+7)^2 = (7-3x)^2 = (7)^2-2(21x)+(3x)^2 = 49-42x+9x^2 = \underline{9x^2-42x+49}$

$C(x) = (-3x-7)^2 = [-(3x+7)]^2 = (3x+7)^2 = (3x)^2+2(21x)+(7)^2 = \underline{9x^2+42x+49}$

$D(x) = (-4x+7)(-4x-7) = (-4x)^2-(7)^2 = \underline{16x^2-49}$: $16x^2-49$

$E(x) = (-5x-8)(5x+8) = -(5x+8)(5x+8) = -(5x+8)^2 = -\left[(5x)^2+2(40x)+(8)^2\right] = -\left[25x^2+80x+64\right]$

$E(x) = \underline{-25x^2-80x-64}$

$F(x) = (-7x+3)(3-7x) = (3-7x)(3-7x) = (3-7x)^2 = (3)^2-2(21x)+(7x)^2 = 9-42x+49x^2 = \underline{49x^2-42x+9}$

$G(x) = (3+7x)(7x+3) = (7x+3)(7x+3) = (7x+3)^2 = (7x)^2+2(21x)+(3)^2 = \underline{49x^2+42x+9}$

$H(x) = (5-3x)(3x-5) = (-3x+5)(3x-5) = -(3x-5)(3x-5) = -(3x-5)^2 = -\left[(3x)^2-2(15x)+(5)^2\right] = -\left[9x^2-30x+25\right]$

$H(x) = \underline{-9x^2+30x-25}$

$I(x) = (3x^2+4x)(-3x^2-4x) = (3x^2+4x)\times-(3x^2+4x) = -(3x^2+4x)^2 = -\left[(3x^2)^2+2(3x^2)(4x)+(4x)^2\right]$

$I(x) = -\left[9x^4+24x^3+16x^2\right] = \underline{-9x^4-24x^3-16x^2}$

$J(x) = (x^2+2x+7)(x^2-2x-7) = \left[x^2+(2x+7)\right]\left[x^2-(2x+7)\right] = \left(x^2\right)^2-(2x+7)^2 = x^4-\left[(2x)^2+2(14x)+(7)^2\right]$

$J(x) = x^4-\left[4x^2+28x+49\right] = \underline{x^4-4x^2-28x-49}$

$K(x) = (2x^2-7x+3)(2x^2+7x-3) = (2x^2+7x-3)(2x^2-7x+3) = \left[2x^2+(7x-3)\right]\left[2x^2-(7x-3)\right] = \left(2x^2\right)^2-(7x-3)^2$

$K(x) = 4x^4-\left[(7x)^2-2(21x)+(7)^2\right] = 4x^4-\left[49x^2-42x+9\right] = \underline{4x^4-49x^2+42x-9}$

$L(x) = (2x^2-3x+4)(-2x^2+3x+4) = (4+2x^2-3x)(4-2x^2+3x) = \left[4+(2x^2-3x)\right]\left[4-(2x^2-3x)\right] = \left(4\right)^2-(2x^2-3x)^2$

$L(x) = 16-\left[(2x^2)^2-2(2x^2)(3x)+(3x)^2\right] = 16-\left[4x^4-12x^3+9x^2\right] = 16-4x^4+12x^3-9x^2 = \underline{-4x^4+12x^3-9x^2+16}$

exercice 2

la lettre x désigne un réel quelconque . Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

1) $2(-3x+4) = -6x+8$	5) $x^2(-3x+4) = -3x^3+4x^2$	9) $-8x^3(5x^3-2x^2+6x-5) = -40x^6+16x^5-48x^4+40x^3$
2) $-5(-3x+4) = 15x-20$	6) $x^3(-3x+4) = -3x^4+4x^3$	10) $5x^4(8x^4-2x^3+7x^2+8x) = 40x^8-10x^7+35x^6+40x^5$
3) $\frac{5}{2}(-3x+4) = -\frac{15}{2}x+10$	7) $2x^2(-3x+4) = -6x^3+8x^2$	11) $(x+2)(-3x+4) = -3x^2+4x-6x+8 = -3x^2-2x+8$
4) $x(-3x+4) = -3x^2+4x$	8) $5x^2(-3x+4) = -15x^3+20x^2$	12) $(2x-1)(-3x-5) = -6x^2-10x+3x+5 = -6x^2-7x+5$

13) $(x^2+5x+2)(-3x+4) = -3x^3+4x^2-15x^2+20x-6x+8 = \underline{-3x^3-11x^2+14x+8}$

14) $(2x^2+5x+7)(-x^2+3x-4) = -2x^4+6x^3-8x^2-5x^3+15x^2-20x-7x^2+21x-28 = \underline{-2x^4+x^3+x-28}$

15) $(3x^2-4x+5)^2 = (3x^2-4x+5)(3x^2-4x+5) = 9x^4-12x^3+15x^2-12x^3+16x^2-20x+15x^2-20x+25$

$(3x^2-4x+5)^2 = \underline{9x^4-24x^3+46x^2-40x+25}$

16) $5(7x+1)(-2x+3) = [5(7x+1)]\times(-2x+3) = (35x+5)(-2x+3) = -70x^2+105x-10x+15 = \underline{-70x^2+95x+15}$

17) $(-4x+5)(2x+3)(-x+2) = [(-4x+5)(2x+3)]\times(-x+2) = \left[-8x^2-12x+10x+15\right](-x+2) = (-8x^2-2x+15)(-x+2)$

$(-4x+5)(2x+3)(-x+2) = 8x^3-16x^2+2x^2-4x-15x+30 = \underline{8x^3-14x^2-19x+30}$

18) $(2x-1)(3+2x)(2x+1) = [(2x-1)(2x+1)]\times(3+2x) = \left[(2x)^2-(1)^2\right](3+2x) = (4x^2-1)(3+2x)$

$(2x-1)(3+2x)(2x+1) = 12x^2+8x^3-3-2x = \underline{8x^3+12x^2-2x-3}$

19) $(x+2)^3 = (x+2)^2\times(x+2) = \left[\left(x\right)^2+2(2x)+(2)^2\right](x+2) = (x^2+4x+4)(x+2) = x^3+2x^2+4x^2+8x+4x+8$

$(x+2)^3 = \underline{x^3+6x^2+12x+8}$

20) $(x+2)^4 = (x+2)^2\times(x+2)^2 = \left[\left(x\right)^2+2(2x)+(2)^2\right]\left[\left(x\right)^2+2(2x)+(2)^2\right] = (x^2+4x+4)(x^2+4x+4)$

$(x+2)^4 = x^4+4x^3+4x^2+4x^3+16x^2+16x+4x^2+16x+16 = \underline{x^4+8x^3+24x^2+32x+16}$

exercice 3

La lettre x désigne un réel quelconque .

1) Compléter le tableau suivant en précisant la forme des expressions proposées : soit une somme de plusieurs termes en précisant leur nombre , soit un produit de plusieurs facteurs en précisant leur nombre .

L'expression proposée	Sa forme
$A(x) = (2x-5)(-7x+3)$	produit de deux facteurs
$B(x) = [3x+2(-4x+5)]\,[-2+3x(2x-7)]$	produit de deux facteurs
$C(x) = \frac{5}{6}x(42x-24) + \frac{7}{8}x(-4x+16)$	somme de deux termes(ou de deux produits)
$D(x) = (-2x)^3 - 7x(1+2x)(-x-2) - 7x^2(x+5)$	somme de trois termes
$E(x) = (-x^3+4x^2-3x+5)(-2x^2+7x-5)$	produit de deux facteurs
$F(x) = (-2x+5)(5x-2)(-3x-1)$	produit de trois facteurs
$G(x) = (3x+7)^2 + (-3x+7)^2 + (-7x+3)^2 + (-7x-3)^2$	somme de quatre termes (ou de quatre carrés)
$H(x) = -3(5x-4)(5x+4) + 5(-3x+4)(-3x-4)$	somme de deux produits

2) Développer , réduire et ordonner chacune des expressions du tableau

$$A(x) = (2x-5)(-7x+3) = -14x^2+6x+35x-15 = \underline{-14x^2+41x-15}$$

$$B(x) = [3x+2(-4x+5)]\,[-2+3x(2x-7)] = [3x-8x+10]\,[-2+6x^2-21x]$$
$$B(x) = [-5x+10]\,[-2+6x^2-21x] = 10x-30x^3+105x^2-20+60x^2-210x = \underline{-30x^3+165x^2-200x-20}$$

$$C(x) = \frac{5}{6}x(42x-24) + \frac{7}{8}x(-4x+16) = \left(\frac{5\times 42}{6}\right)x^2 - \left(24\times\frac{5}{6}\right)x - \left(\frac{7\times 4}{8}\right)x^2 + \left(\frac{7}{8}\times 16\right)x$$
$$C(x) = 35x^2-20x-\frac{7}{2}x^2+14x = \frac{70}{2}x^2-\frac{7}{2}x^2-6x = \underline{\frac{63}{2}x^2-6x}$$

$$D(x) = (-2x)^3 - 7x(1+2x)(-x-2) - 7x^2(x+5) = -8x^3 - \left(7x+14x^2\right)(-x-2) - 7x^3 - 35x^2$$
$$D(x) = -15x^3 - (-7x^2-14x-14x^3-28x^2) - 35x^2 = -15x^3+7x^2+14x+14x^3+28x^2-35x^2 = \underline{-x^3+14x}$$

$$E(x) = (-x^3+4x^2-3x+5)(-2x^2+7x-5)$$
$$E(x) = 2x^5-7x^4+5x^3-8x^4+28x^3-20x^2+6x^3-21x^2+15x-10x^2+35x-25$$
$$E(x) = 2x^5-7x^4-8x^4+5x^3+28x^3+6x^3-20x^2-21x^2-10x^2+15x+35x-25$$
$$E(x) = \underline{2x^5-15x^4+39x^3-51x^2+50x-25}$$

$$F(x) = (-2x+5)(5x-2)(-3x-1) = \left(-10x^2+4x+25x-10\right)(-3x-1) = \left(-10x^2+29x-10\right)(-3x-1)$$
$$F(x) = 30x^3+10x^2-87x^2-29x+30x+10 = \underline{30x^3-77x^2+x+10}$$

$$G(x) = (3x+7)^2 + (-3x+7)^2 + (-7x+3)^2 + (-7x-3)^2 = (3x+7)^2 + (3x-7)^2 + (7x-3)^2 + (7x+3)^2$$
$$G(x) = \left(49x^2+42x+9\right) + \left(49x^2-42x+9\right) + \left(9x^2-42x+49\right) + \left(9x^2+42x+49\right) = \underline{116x^2+116}$$

$$H(x) = -3(5x-4)(5x+4) + 5(-3x+4)(-3x-4) = -3\left[(5x)^2-(4)^2\right] + 5\left[(-3x)^2-(4)^2\right]$$
$$H(x) = -3\left[25x^2-16\right] + 5\left[9x^2-16\right] = -75x^2+48+45x^2-80 = \underline{-30x^2-32}$$

exercice 4

On donne trois formes d'une même expression algébrique notée f(x)

forme 1 : $f(x) = 4(x-5)^2-9$; **forme 2** : $f(x) = (2x-7)(2x-13)$; **forme 3** : $f(x) = 4x^2-40x+91$

1) x désigne un réel . Alors :

$\rightarrow f(x) = 4(x-5)^2-9 = 4[(x)^2-2(5x)+(5)^2]-9 = 4(x^2-10x+25)-9 = 4x^2-40x+100-9 = 4x^2-40x+91$

$\rightarrow f(x) = (2x-7)(2x-13) = 4x^2-26x-14x+91 = 4x^2-40x+91$.

On obtient bien la forme 3 de f(x) en développant les formes 1 et 2

2) Dans chacune des situations suivantes , choisir la forme la plus appropriée pour répondre à la question posée

2-1 Calcul de $f(0)$. La forme 3 (forme développée) de f(x) semble la plus appropriée car :

$f(0) = 4\,(0)^2 - 40(0) + 91 = 0 - 0 + 91 = 91$

2-2 Calcul de $f(5)$. Je choisis la forme 1 car 5 est la valeur d'annulation de $x-5$: $f(5) = 4(5-5)^2 - 9 = 4(0)^2 - 9 = -9$

2-3 Calcul de $f\left(\dfrac{13}{2}\right)$. Je choisis la forme 2 (forme factorisée) de f(x) car $\dfrac{13}{2}$ est la valeur d'annulation de $2x-13$

$f\left(\dfrac{13}{2}\right) = \left[2\left(\dfrac{13}{2}\right) - 7\right]\left[2\left(\dfrac{13}{2}\right) - 13\right] = (13-7)(13-13) = (6)(0) = 0$

2-4 Calcul de $f\left(\sqrt{2}\right)$. Je choisis la forme développée : $f(\sqrt{2}) = 4\left(\sqrt{2}\right)^2 - 40(\sqrt{2}) + 91 = 8 - 40\sqrt{2} + 91 = 99 - 40\sqrt{2}$

2-5 Calcul de $f\left(5-\sqrt{2}\right)$. Je choisis la forme 1 : $f\left(5-\sqrt{2}\right) = 4\left[\left(5-\sqrt{2}\right) - 5\right]^2 - 9 = 4(-\sqrt{2})^2 - 9 = 8 - 9 = -1$

2-6 réels x vérifiant : $f(x) = 0$. En utilisant la forme factorisée de f(x) on construit :

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-7)\,(2x-13) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0$ ou $2x - 13 = 0 \Leftrightarrow 2x = 7$ ou $2x = 13 \Leftrightarrow x = \dfrac{7}{2}$ ou $x = \dfrac{13}{2}$

Ainsi : f(x) possède deux valeurs d'annulation : $\dfrac{7}{2}$ et $\dfrac{13}{2}$.

2-7 réels x vérifiant : $f(x) = 91$. En utilisant la forme développée de f(x) on obtient :

$f(x) = 91 \Leftrightarrow 4x^2 - 40x + 91 = 91 \Leftrightarrow 4x^2 - 40x + 91 - 91 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-10) = 0$

$f(x) = 91 \Leftrightarrow 4x = 0$ ou $x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 10 = 0$

Les réels x vérifiant : $f(x) = 91$ sont : 0 et 10 .

2-8 réels x vérifiant : $f(x) = -9$. En utilisant la forme 1 de f(x) on obtient :

$f(x) = -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 - 9 = -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 - 9 + 9 = 0 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Un seul réel x vérifie : $f(x) = -9$: 5 .

2-9 En utilisant la forme 1 de f(x) on obtient pour tout réel x : $f(x) = 4(x-5)^2 - 9$. Donc pour tout réel x ,

$f(x) \geq -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 - 9 \geq -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 - 9 + 9 \geq 0$ et $f(x) \geq -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 \geq 0$

D'autre part : $4 > 0$ et pour tout réel x , $(x-5)^2 \geq 0$. Donc pour tout réel x , $4(x-5)^2 \geq 0$

Ayant pour tout réel x , $4(x-5)^2 \geq 0$ et $f(x) \geq -9 \Leftrightarrow 4(x-5)^2 \geq 0$ on déduit : Pour tout réel x , $f(x) \geq -9$

exercice 5

Pour tout réel x ,on note : $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 1$

1) forme développée de P(x)

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 1 = [(x-1)(x-2)]\,[(x-3)(x-4)] + 1 = \left[x^2 - 2x - x + 2\right]\left[x^2 - 4x - 3x + 12\right] + 1$

$P(x) = (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 7x + 12) + 1 = x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 3x^3 + 21x^2 - 36x + 2x^2 - 14x + 24 + 1 = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25$

2) Pour justifier P(x) égal au carré de $x^2 - 5x + 5$, il suffit de montrer que $\left(x^2 - 5x + 5\right)^2$ a la même forme développée que P(x)

$\left(x^2 - 5x + 5\right)^2 = \left(x^2 - 5x + 5\right)\left(x^2 - 5x + 5\right) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 5x^3 + 25x^2 - 25x + 5x^2 - 25x + 25 = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25$

Donc pour tout réel x : $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 1 = \left(x^2 - 5x + 5\right)^2$

3) le produit $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-4)$ est de la forme $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ avec $x = \sqrt{2}$.

D'après la question 2) pour tout réel x , $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 1 = \left(x^2 - 5x + 5\right)^2$.

Donc : pour tout réel x , $P(x) - 1 = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 1 - 1 = \left(x^2 - 5x + 5\right)^2 - 1$

ce qui entraîne comme égalité pour tout réel x , $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = \left(x^2 - 5x + 5\right)^2 - 1$

En remplaçant x par $\sqrt{2}$ dans l'égalité précédente on obtient :

$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-4) = \left((\sqrt{2})^2 - 5(\sqrt{2}) + 5\right)^2 - 1 = \left(2 - 5\sqrt{2} + 5\right)^2 - 1 = \left(7 - 5\sqrt{2}\right)^2 - 1$

Le réel k vérifiant : $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-4) = k^2 - 1$ est donc : $k = 7 - 5\sqrt{2}$

exercice 6 La lettre x désigne un réel quelconque . **En utilisant , chaque fois que c'est possible , un des trois produits remarquables** à connaître et **en mettant en évidence cette utilisation** , développer , réduire et ordonner

tableau n^{o}1 : les expressions proposées
$a(x) = (4x+5)(4x-5) = (4x)^2 - (5)^2 = \underline{16x^2 - 25}$
$b(x) = (-2x+1)(-2x+1) = (-2x+1)^2 = (1-2x)^2 = (1)^2 - 2(2x) + (2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2 = \underline{4x^2 - 4x + 1}$
$c(x) = (7x\sqrt{2} - \sqrt{2})(7x\sqrt{2} - \sqrt{2}) = (7x\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = (7x\sqrt{2})^2 - 2(7x\sqrt{2})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 = \underline{98x^2 - 28x + 2}$
$d(x) = (-6x-4)(-6x-4) = (-6x-4)^2 = [-(6x+4)]^2 = (6x+4)^2 = (6x)^2 + 2(24x) + (4)^2 = \underline{36x^2 + 48x + 16}$
$e(x) = (-5x-3)(5x+3) = -(5x+3)(5x+3) = -(5x+3)^2 = -\left[(5x)^2 + 2(15x) + (3)^2\right] = -\left[25x^2 + 30x + 9\right] = \underline{-25x^2 - 30x - 9}$
$f(x) = (8x-1)(-8x+1) = (8x-1)\left[-(8x-1)\right] = -(8x-1)^2 = -\left[(8x)^2 - 2(8x) + (1)^2\right] = -\left[64x^2 - 16x + 1\right] = \underline{-64x^2 + 16x - 1}$
$g(x) = (-7x+1)(-7x-1) = (-7x)^2 - (1)^2 = \underline{49x^2 - 1}$
$h(x) = (3x-2)^3 = (3x-2)^2(3x-2) = \left[(3x)^2 - 2(6x) + (2)^2\right](3x-2) = \left(9x^2 - 12x + 4\right)(3x-2)$ $h(x) = 27x^3 - 18x^2 - 36x^2 + 24x + 12x - 8 = \underline{27x^3 - 54x^2 + 36x - 8}$
$i(x) = (-2-3x)^2(-2+3x)^2 = [(-2-3x)(-2+3x)]^2 = \left[(-2)^2 - (3x)^2\right]^2 = \left[4 - 9x^2\right]^2 = (4)^2 - 2(36x^2) + (9x^2)^2$ $i(x) = 16 - 72x^2 + 81x^4 = \underline{81x^4 - 72x^2 + 16}$
$j(x) = (2+x)^3(2-x)^2 = (2+x) \times (2+x)^2(2-x)^2 = (2+x) \times [(2+x)(2-x)]^2 = (2+x)\left[(2)^2 - (x)^2\right]^2$ $j(x) = (2+x)\left[4 - x^2\right]^2 = (2+x)\left[(4)^2 - 2(4x^2) + (x^2)^2\right] = (2+x)\left[16 - 8x^2 + x^4\right] = 32 - 16x^2 + 2x^4 + 16x - 8x^3 + x^5$ $j(x) = \underline{x^5 + 2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 16x + 32}$
$k(x) = \left(2(x-1) + \sqrt{3}\right)\left(2(x-1) - \sqrt{3}\right) \longleftarrow (a+b)(a-b)$ avec $a = 2(x-1)$ et $b = \sqrt{3}$ $k(x) = (2(x-1))^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 4(x-1)^2 - 3 = 4\left[(x)^2 - 2(x) + (1)^2\right] - 3 = 4(x^2 - 2x + 1) - 3 = 4x^2 - 8x + 4 - 3 = \underline{4x^2 - 8x + 1}$
$l(x) = \quad \overline{5}(x+3) + \sqrt{2}(-x-4)\big)\left(\sqrt{5}(x+3) - \sqrt{2}(-x-4)\right) \leftarrow (a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = \sqrt{5}(x+3) \\ b = \sqrt{2}(-x-4) \end{cases}$ $l(x) = \left(\sqrt{5}(x+3)\right)^2 - \left(\sqrt{2}(-x-4)\right)^2 = 5(x+3)^2 - 2(-x-4)^2 = 5(x+3)^2 - 2(x+4)^2$ car : $(-x-4)^2 = [-(x+4)]^2 = (x+4)^2$ $l(x) = 5\left[(x)^2 + 2(3x) + (3)^2\right] - 2\left[(x)^2 + 2(4x) + (4)^2\right] = 5(x^2 + 6x + 9) - 2(x^2 + 8x + 16)$ $l(x) = 5x^2 + 30x + 45 - 2x^2 - 16x - 32 = \underline{3x^2 + 14x + 13}$

tableau n^{o}2 : les expressions proposées (mêmes formes que celles du tableau n^{o}1)
$A(x) = (3x+5)(3x-5) = (3x)^2 - (5)^2 = \underline{9x^2 - 25}$
$B(x) = (-5x-2)(-5x-2) = -(5x+2)\left[-(5x+2)\right] = (5x+2)^2 = (5x)^2 + 2(10x) + (2)^2 = \underline{25x^2 + 20x + 4}$
$C(x) = (-2x\sqrt{3} + \sqrt{3})(-2x\sqrt{3} + \sqrt{3}) = (-2x\sqrt{3} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{3} - 2x\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})(2x\sqrt{3}) + (2x\sqrt{3})^2$ $C(x) = 3 - 12x + 12x^2 = \underline{12x^2 - 12x + 3}$
$D(x) = (-3x-4)(-3x-4) = -(3x+4)\left[-(3x+4)\right] = (3x+4)^2 = (3x)^2 + 2(12x) + (4)^2 = \underline{9x^2 + 24x + 16}$
$E(x) = (-7x-3)(7x+3) = -(7x+3)(7x+3) = -(7x+3)^2 = -\left[(7x)^2 + 2(21x) + (3)^2\right] = -\left[49x^2 + 42x + 9\right] = \underline{-49x^2 - 42x - 9}$
$F(x) = (6x-1)(-6x+1) = (6x-1)\left[-(6x-1)\right] = -(6x-1)^2 = -\left[(6x)^2 - 2(6x) + (1)^2\right] = -\left[36x^2 - 12x + 1\right] = \underline{-36x^2 + 12x - 1}$
$G(x) = (-5x+7)(-5x-7) = (-5x)^2 - (7)^2 = \underline{25x^2 - 49}$
$H(x) = (2x-3)^3 = (2x-3)^2(2x-3) = \left[(2x)^2 - 2(6x) + (3)^2\right](3x-2) = \underline{\left(4x^2 - 12x + 9\right)(2x-3)}$ $H(x) = 8x^3 - 12x^2 - 24x^2 + 36x + 18x - 27 = \underline{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27}$
$I(x) = (-3-2x)^2(-3+2x)^2 = [(-3-2x)(-3+2x)]^2 = \left[(-3)^2 - (2x)^2\right]^2 = \left[9 - 4x^2\right]^2 = (9)^2 - 2(36x^2) + (4x^2)^2$ $I(x) = 81 - 72x^2 + 16x^4 = \underline{16x^4 - 72x^2 + 81}$
$J(x) = (3+x)^3(3-x)^2 = (3+x) \times (3+x)^2(3-x)^2 = (3+x) \times [(3+x)(3-x)]^2 = (3+x)\left[(3)^2 - (x)^2\right]^2$ $J(x) = (3+x)\left[9 - x^2\right]^2 = (3+x)\left[(9)^2 - 2(9x^2) + (x^2)^2\right] = (3+x)\left[81 - 18x^2 + x^4\right] = 243 - 54x^2 + 3x^4 + 81x - 18x^3 + x^5$ $J(x) = \underline{x^5 + 3x^4 - 18x^3 - 54x^2 + 81x + 243}$

tableau n°2 : les expressions proposées (mêmes formes que celles du tableau n°1)

$K(x) = \left(3(x-1)+\sqrt{5}\right)\left(3(x-1)-\sqrt{5}\right) \longleftarrow (a+b)(a-b)$ avec $a = 3(x-1)$ et $b = \sqrt{5}$

$K(x) = (3(x-1))^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2 = 9(x-1)^2 - 5 = 9\left[(x)^2 - 2(x) + (1)^2\right] - 5 = 9(x^2-2x+1) - 5 = 9x^2 - 18x + 9 - 5 = \underline{9x^2 - 18x + 4}$

$L(x) = \left(\sqrt{3}(x+4)+\sqrt{2}(-x-3)\right)\left(\sqrt{3}(x+4)-\sqrt{2}(-x-3)\right) \leftarrow (a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = \sqrt{3}(x+4) \\ b = \sqrt{2}(-x-3) \end{cases}$

$L(x) = \left(\sqrt{3}(x+4)\right)^2 - \left(\sqrt{2}(-x-3)\right)^2 = 3(x+4)^2 - 2(-x-3)^2 = 3(x+4)^2 - 2(x+3)^2$ car : $(-x-3)^2 = \left[-(x+3)\right]^2 = (x+3)^2$

$L(x) = 3\left[(x)^2 + 2(4x) + (4)^2\right] - 2\left[(x)^2 + 2(3x) + (3)^2\right] = 3(x^2+8x+16) - 2(x^2+6x+9)$

$L(x) = 3x^2 + 24x + 48 - 2x^2 - 12x - 18 = \underline{x^2 + 12x + 30}$

tableau n°3 : indication : penser à changer l'ordre des facteurs pour faire apparaître $(a+b)(a-b)$ ou $(a-b)(a+b)$

$m(x) = (-\sqrt{2}x+1)(1+2x^2)(-\sqrt{2}x-1)(1+4x^4) = (-\sqrt{2}x+1)(-\sqrt{2}x-1)(1+2x^2)(1+4x^4)$

$m(x) = \left[\left(-\sqrt{2}x\right)^2 - (1)^2\right](1+2x^2)(1+4x^4) = (2x^2-1)(1+2x^2)(1+4x^4) = (2x^2-1)(2x^2+1)(1+4x^4)$

$m(x) = \left[\left(2x^2\right)^2 - (1)^2\right](1+4x^4) = (4x^4-1)(1+4x^4) = (4x^4-1)(4x^4+1) = (4x^4)^2 - (1)^2 = \underline{16x^8 - 1}$

$M(x) = (-\sqrt{3}x+1)(1+3x^2)(-\sqrt{3}x-1)(1+9x^4) = (-\sqrt{3}x+1)(-\sqrt{3}x-1)(1+3x^2)(1+9x^4)$

$M(x) = \left[\left(-\sqrt{3}x\right)^2 - (1)^2\right](1+3x^2)(1+9x^4) = \left[3x^2-1\right](1+3x^2)(1+9x^4) = \left(3x^2-1\right)(3x^2+1)(1+9x^4)$

$M(x) = \left[\left(3x^2\right)^2 - (1)^2\right](1+9x^4) = (9x^4-1)(1+9x^4) = (9x^4-1)(9x^4+1) = (49x^4)^2 - (1)^2 = \underline{81x^8 - 1}$

$n(x) = (2x^2+3x+1)(2x^2-3x-1) + (-2x^2+3x+1)(-2x^2-3x+1)$; somme de deux produits de la forme $(a+b)(a-b)$

premier produit : $(a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = 2x^2 \\ b = 3x+1 \end{cases}$; deuxième produit : $(a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = -2x^2+1 \\ b = 3x \end{cases}$

$n(x) = \left[2x^2 + (3x+1)\right]\left[2x^2 - (3x+1)\right] + \left[(1-2x^2) + 3x\right]\left[(1-2x^2) - 3x\right]$

$n(x) = (2x^2)^2 - (3x+1)^2 + (1-2x^2)^2 - (3x)^2 = 4x^4 - \left[(3x)^2 + 2(3x) + (1)^2\right] + \left[(1)^2 - 2(2x^2) + (2x^2)^2\right] - 9x^2$

$n(x) = 4x^4 - (9x^2+6x+1) + 1 - 4x^2 + 4x^4 - 9x^2 = 4x^4 - 9x^2 - 6x - 1 + 1 - 4x^2 + 4x^4 - 9x^2 = \underline{8x^4 - 22x^2 - 6x}$

$N(x) = (3x^2+2x-1)(3x^2-2x+1) + (-x^2+4x+3)(-x^2-4x+3)$; somme de deux produits de la forme $(a+b)(a-b)$

premier produit : $(a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = 3x^2 \\ b = 2x-1 \end{cases}$; deuxième produit : $(a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = -x^2+3 \\ b = 4x \end{cases}$

$N(x) = \left[3x^2 + (2x-1)\right]\left[3x^2 - (2x-1)\right] + \left[(3-x^2) + 4x\right]\left[(3-x^2) - 4x\right]$

$N(x) = (3x^2)^2 - (2x-1)^2 + (3-x^2)^2 - (4x)^2 = 9x^4 - \left[(2x)^2 - 2(2x) + (1)^2\right] + \left[(3)^2 - 2(3x^2) + (x^2)^2\right] - 16x^2$

$N(x) = 9x^4 - (4x^2-4x+1) + 9 - 6x^2 + x^4 - 16x^2 = 9x^4 - 4x^2 + 4x - 1 + 9 - 6x^2 + x^4 - 16x^2 = \underline{10x^4 - 26x^2 + 4x + 8}$

$o(x) = (x-\sqrt{5})(x^2+x\sqrt{10}+5)(x+\sqrt{5})(x^2-x\sqrt{10}+5)(x^2+5)$

$o(x) = \underbrace{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})}(x^2+5)(x^2+x\sqrt{10}+5)(x^2-x\sqrt{10}+5)$

$o(x) = \underbrace{\left((x)^2 - (\sqrt{5})^2\right)}(x^2+5)(x^2+x\sqrt{10}+5)(x^2-x\sqrt{10}+5) = \underbrace{(x^2-5)}(x^2+5)(x^2+x\sqrt{10}+5)(x^2-x\sqrt{10}+5)$

$o(x) = (x^2-5)(x^2+5)(x^2+x\sqrt{10}+5)(x^2-x\sqrt{10}+5) = (x^4-25) \times \underleftrightarrow{\left[\left(x^2+5\right)+x\sqrt{10}\right]\left[\left(x^2+5\right)-x\sqrt{10}\right]}$

$o(x) = (x^4-25) \times \underleftrightarrow{\left[(x^2+5)^2 - \left(x\sqrt{10}\right)^2\right]} = (x^4-25) \times \left[\left(x^4+10x^2+25\right) - 10x^2\right] = (x^4-25) \times \left[x^4+25\right]$

$o(x) = (x^4-25)\left(x^4+25\right) = \left((x^4)^2 - (25)^2\right) = \underline{x^8 - 625}$

$O(x) = (x-\sqrt{6})(x^2+2x\sqrt{3}+6)(x+\sqrt{6})(x^2-2x\sqrt{3}+6)(x^2+6)$

$O(x) = (x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})(x^2+6)(x^2+2x\sqrt{3}+6)(x^2-2x\sqrt{3}+6) = \left[x^2 - (\sqrt{6})^2\right](x^2+6)(x^2+2x\sqrt{3}+6)(x^2-2x\sqrt{3}+6)$

$O(x) = \left(x^2-6\right)\left(x^2+6\right)\left[\left(x^2+6\right)+2x\sqrt{3}\right]\left[\left(x^2+6\right)-2x\sqrt{3}\right] = \left[\left(x^2\right)^2 - (6)^2\right]\left[\left(x^2+6\right)^2 - \left(2x\sqrt{3}\right)^2\right]$

$O(x) = (x^4-36)\left[(x^2)^2 + (6)^2 + 2(6x^2) - 12x^2\right] = (x^4-36)\left[x^2+36\right] = (x^4)^2 - (36)^2 = \underline{x^8 - 1296}$